

Μαθημα: 5^ο

→ SOS ετ.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΤΟΥ Dijkstra

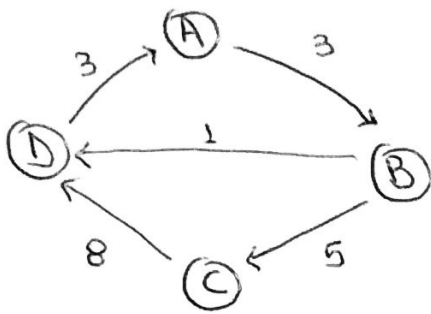
Μου δείχνει την βέλτιστη διαδρομή

29/11/2019

Θεωρία Γραφημάτων

Βέλτιστη διαδρομή
= μικρότερο κόστος

π.χ.



Κατευθυνόμενο γράφημα και θα μου ζητούν την βέλτιστη διαδρομή

↳ λύση: με αλγόριθμο Dijkstra

- Δημιουργεί ένα εύρηνο με κορυφές (κάθε ακμή έχει το δικό της βάρος)
- Θα μου δίνεται η αρχή και το τέλος της διαδρομής και θα ψάξω το μικρότερο κόστος (= αθροίσμα)

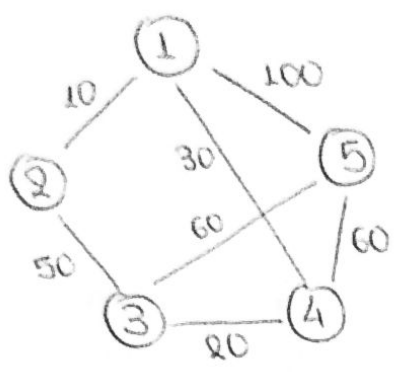
$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \quad : \text{κόστος} = 3 + 5 + 8 = 16$$

$$A \rightarrow B \rightarrow D \quad : \text{κόστος} = 3 + 1 = 4 \checkmark (< 16)$$

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ Dijkstra (Δεν θα ζητηθεί να γραφεί)

1. Έστω Γράφος η κόμβου
2. Έστω S ο ένακτιριος κόμβος
3. Για $i=2$ μέχρι n
4. $D_i = C_{1i}$ / Αρχικοποίηση του D_i
5. Τέλος Για (i)
6. Για $i=1$ μέχρι $n-1$
7. Επιλογή κόμβου από το εύρηνο $V-S$ τ.ω. το αντίστοιχο D_w να είναι ελάχιστο
8. Προσέθεσε τον κόμβο w στο εύρηνο S , δηλ. $S = S + \{w\}$
9. Για κάθε κόμβο v του εύρηλου $V-S$
10. $D_v = \text{ελάχιστο}(D_v, D_w + C_{wv})$
11. Τέλος Για
12. Τέλος αλγορίθμου

π.χ. (Μη κατευθυνόμενο γραφήμα)



- ΚΟΣΤΟΣ
- $c[1,2] = 10$
 - $c[1,4] = 30$
 - $c[1,5] = 100$
 - $c[2,3] = 50$
 - $c[3,4] = 20$
 - $c[4,5] = 60$
 - $c[3,5] = 60$

Ποιός είναι ο οικονομικότερος δρόμος για την μετάβαση από την κορυφή 1 προς όλες τις κορυφές;
 (η εφαρμόστε τον αλγ. Dik. στο ακόλουθο βεβαρμένο γραφήμα)

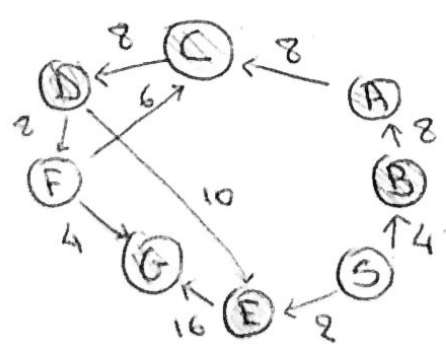
Λύση: Φτιάχνουμε τον πίνακα:

Επανάληψη	S	W	D[2]	D[3]	D[4]	D[5]
Αρχική	1		10	∞	30	100
1	1, 2	2	10	$10+50=60$	30	100
2	1, 2, 4	4	10	50	30	90
3	1, 2, 4, 3	3	10	50	30	90
4	1, 2, 4, 3, 5	5	10	50	30	90

ελάχιστο κόστος της γραμμής γιατί δεν έχω γραμμή που να είναι το 1 ή το 3

Άρα, ο οικονομικότερος δρόμος είναι: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5$.

Άσκηση: Έστω το ακόλουθο βεβαρμένο γραφήμα $G=(V,E)$. Εφαρμόστε τον αλγόριθμο Dijkstra για να βρείτε τα επιτομότερα μονοπάτια από την κορυφή S προς οποιαδήποτε άλλη κορυφή.



Erweiterung	S	W	D[A]	D[B]	D[C]	D[D]	D[E]	D[F]	D[G]
Apriken	S		∞	4	∞	∞	(2)	∞	∞
1	S, E	E	∞	(4)	∞	∞	2	∞	18
2	S, E, B	B	(12)	4	∞	∞	2	∞	18
3	S, E, B, A	A	12	4	20	∞	2	∞	(18)
4	S, E, B, A, G	G	12	4	(20)	28	2	∞	18
5	S, E, B, A, G, C	C	12	4	20	(28)	2	36	18
6	S, E, B, A, G, C, D	D	12	4	20	28	2	(36)	18
7	S, E, B, A, G, C, D, F	F	12	4	20	28	2	36	18